

分母が全て1で、分子が自然数の規則正しい定数倍である連分数。数値的な確認をする。

奇数を1/2倍

$$1 + \frac{1/2}{1 + \frac{1/2}{1 + \frac{2}{1 + \frac{3/2}{1 + \frac{4}{1 + \frac{5/2}{1 + \frac{6}{1 + \frac{7/2}{1 + \frac{8}{1 + \frac{9/2}{1 + \frac{10}{1 + \frac{1}{1}}}}}}}}}}}}}$$

= 1.4143270

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1/2}{1 + \frac{1/2}{1 + \frac{2}{1 + \frac{3/2}{1 + \frac{4}{1 + \frac{1}{1}}}}}}}$$

偶数を1/2倍

$$\frac{\pi}{2} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2/2}{1 + \frac{3}{1 + \frac{4/2}{1 + \frac{1}{1}}}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{(1)}{1 + \frac{3}{1 + \frac{(2)}{1 + \frac{1}{1}}}}}}$$

偶数を3/2倍

$$\sqrt{3} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2(3/2)}{1 + \frac{3}{1 + \frac{4(3/2)}{1 + \frac{1}{1}}}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{(3)}{1 + \frac{3}{1 + \frac{(6)}{1 + \frac{1}{1}}}}}}$$

$$2 \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2/2}{1 + \frac{3}{1 + \frac{4/2}{1 + \frac{5}{1 + \frac{6/2}{1 + \frac{7}{1 + \frac{8/2}{1 + \frac{9}{1 + \frac{10/2}{1 + \frac{11}{1 + \frac{12/2}{1 + \frac{13}{1 + \frac{1}{1}}}}}}}}}}}}}} \right)$$

= 3.1414807

偶数を2倍した連分数の値は $1 + \frac{\pi}{4}$ である。

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2(3/2)}{1 + \frac{3}{1 + \frac{4(3/2)}{1 + \frac{5}{1 + \frac{6(3/2)}{1 + \frac{7}{1 + \frac{8(3/2)}{1 + \frac{9}{1 + \frac{10(3/2)}{1 + \frac{11}{1 + \frac{12(3/2)}{1 + \frac{13}{1 + \frac{14(3/2)}{1 + \frac{1}{1}}}}}}}}}}}}}}$$

= 1.7325917

2の立方根は3の倍数を使用して展開できる。

$$\sqrt[3]{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{3^2+3}{2 + \frac{6^2+6}{2 + \frac{9^2+9}{2 + \frac{1}{2}}}}} \quad \sqrt[3]{2} = 1 + \frac{1}{3 + \frac{3^2-3}{4 + \frac{6^2-6}{4 + \frac{9^2-9}{4 + \frac{1}{4}}}}}$$

$$\sqrt[3]{2} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{0+1+3}{1 + \frac{3}{1 + \frac{3+1+6}{1 + \frac{6}{1 + \frac{6+1+9}{1 + \frac{1}{1}}}}}}}}$$